

IL GIOCO DEI 15 FIAMMIFERI

Idea di soluzione:

Si può osservare come questo gioco non ammetta un risultato di pareggio: una strategia può essere o vincente o perdente.

Per individuare la strategia ottimale, quella quindi vincente, il modo migliore è quello di partire dalla configurazione finale (1 solo fiammifero sul tavolo) e procedere a ritroso fino a quella iniziale (15 fiammiferi sul tavolo).

Chiamiamo le configurazioni in base al numero di fiammiferi da cui sono composte, ossia da quanti fiammiferi restano ancora sul tavolo, e ragioniamo come se fossimo il giocatore che deve ora fare la propria mossa:

- 1 è perdente, perché il giocatore di turno non può fare altro che togliere l'unico fiammifero rimasto;
- 2, 3, 4, 5 sono vincenti, perché il giocatore di turno ha la possibilità di effettuare una mossa che lasci a tavola un solo fiammifero (prelevando rispettivamente 1 o 2 o 3 o 4 fiammiferi);
- 6 è perdente perché il giocatore di turno, qualsiasi mossa faccia, fa rimanere sul tavolo una configurazione vincente per l'altro avversario (2, 3, 4, 5);
- 7 è vincente perché se il giocatore di turno toglie 1 fiammifero allora la configurazione 6 è perdente per il suo avversario; in tutti gli altri casi, ossia se il giocatore di turno toglie 2, 3 o 4 fiammiferi, la configurazione diventa vincente per il suo avversario (perché si ricade nelle situazioni 5, 4, 3 rispettivamente). Ricapitolando, noi siamo interessati a ricercare la configurazione ottimale quindi con 7 fiammiferi sul banco il giocatore che è di turno deve toglierne 1.
- ... e così via fino a 15.

Proseguendo in maniera simile nel ragionamento è possibile comprendere quali siano le strategie vincenti e quali perdenti.

Chi fa la prima mossa e conosce la strategia vincente ha la vittoria in pugno; chi fa la seconda mossa e il suo avversario conosce la strategia vincente allora perde sicuramente (a meno che al proprio turno l'avversario compia una mossa sbagliata...).

Come fare a generalizzarlo con n diversi oggetti, potendone togliere ogni volta un numero da 1 a p ? Per poter vincere, il numero di fiammiferi da prelevare alla prima mossa deve essere uguale al resto della divisione tra $n - 1$ e $p + 1$. Perché? E alle mosse successive?

